

## ANALISIS KEMAMPUAN PERBIKIR KRITIS MAHASISWA DALAM PENYELESAIAN SOAL SUBGRUP NORMAL

**Liknin Nugraheni**

Pendidikan Matematika Universitas PGRI Adi Buana Surabaya  
[liknin@unipasby.ac.id](mailto:liknin@unipasby.ac.id)

---

### Abtrak:

Berpikir kritis adalah kemampuan penting dalam menyelesaikan masalah, karena memungkinkan seseorang untuk mengevaluasi informasi dengan cermat, mengidentifikasi asumsi yang mendasarinya, dan membuat keputusan yang rasional dan terinformasi. Berdasarkan beberapa pendapat ahli kemampuan berpikir kritis dapat ditingkatkan melalui pembelajaran khususnya pembelajaran matematika untuk pokok bahasan subgroup normal. Oleh sebab itu tujuan dari penelitian ini adalah untuk menganalisis kemampuan berpikir kritis mahasiswa dalam penyelesaian masalah atau soal subgroup normal untuk memperoleh gambaran kemampuan berpikir kritis mahasiswa yang berkemampuan tinggi dan rendah. Subjek dari penelitian ini adalah mahasiswa Pendidikan matematika Universitas PGRI Adi buana angkatan 2021 yang sedang menenpuh mata kuliah struktur aljabar 1 khusus pada materi subgroup normal. Hasil yang diperoleh dari subjek yang berkemampuan tinggi mampu melakukan kegiatan berpikir kritis sampai Tingkat evaluasi, sedangkan subjek yang berkemampuan rendah hanya mampu melakukan kegiatan berpikir kritis sampai Tingkat awal pada saat menyelesaikan masalah subgroup normal.

**Kata Kunci:** Analisis, kemampuan berpikir kritis, penyelesaian soal, subgroup normal.

### Abstract:

Critical thinking is an important problem-solving skill because it enables individuals to critically analyze material, identify underlying assumptions, and make reasoned and informed decisions. According to various experts, critical thinking skills can be strengthened through learning, particularly mathematics learning for normal subgroups. As a result, This study is aimed to examine students' critical thinking skills for solving difficulties or problems of normal subgroups in order to gain an overview of students' critical thinking skills at high and low levels. The subjects of this study were mathematics education students from PGRI Adi Buana University, class of 2021, who were studying the algebraic structure 1, which focused on normal subgroup material. The results showed that high-ability students with a high level of critical thinking were able to perform at an evaluation level in problem solving. Low-ability students, on the other hand, only reached initial level while dealing with normal subgroup problems.

**Keywords:** Analysis, critical thinking skills, problem solving, normal subgroup

---

## PENDAHULUAN

Seiring dengan perkembangan jaman utamanya perkembangan teknologi dewasa ini maka sudah menjadi suatu kepentingan bagi setiap individu untuk dapat berpikir kritis. Karena dengan adanya perkembangan teknologi maka tidak menutup kemungkinan terjadi perubahan kondisi seperti

(1) perubahan yang begitu cepat; (2) informasi yang berlimpah; (3) pemecahan masalah yang kompleks; (4) inovasi dan kreativitas; (5) kewaspadaan terhadap hoak dan desinformasi; (5) perkembangan teknologi yang berkelanjutan.

Beberapa keuntungan yang diperoleh jika seseorang mampu berpikir kritis dalam menyelesaikan masalah di era perkembangan teknologi adalah (1) mengidentifikasi masalah dengan tepat; (2) menganalisis informasi; (3) membangun argument yang kuat; (4) mengantisipasi konsekuensi; (5) memecahkan masalah kompleks; (6) mencegah kesalahan pemikiran; (7) mencegah penipuan dan manipulasi; (8) mendorong inovasi. Dengan demikian kemampuan berpikir kritis akan menjadi pondasi dari banyak kemampuan lainnya, seperti kemampuan dalam bidang Pendidikan, karir, maupun kehidupan sehari-hari yang dapat membantu seseorang untuk menjadi individu yang lebih sadar, analitis, dan efektif dalam menghadapi kekompleksan dunai modern.

Sudah banyak ahli yang mengemukakan pendapat tentang kemampuan berpikir kritis seperti (Edward Glaser, 1941) mengemukakan bahwa seorang psikolog pendidikan, menyatakan bahwa berpikir kritis melibatkan kemampuan untuk mengidentifikasi dan mengevaluasi argumen serta mengambil keputusan yang informasional dan rasional. Beyer, seorang ahli pendidikan, mendefinisikan berpikir kritis sebagai kemampuan untuk merumuskan, menganalisis, dan mengevaluasi informasi secara objektif dan rasional (Beyer, B.K., 1995). Willingham, seorang psikolog kognitif, menggambarkan berpikir kritis sebagai kemampuan untuk "mendeteksi argumen yang lemah, mengenali prasangka dan manipulasi, mendeteksi pernyataan yang tidak konsisten, dan mengidentifikasi kelemahan dalam rangkaian logika. Berdasarkan beberapa pendapat ahli tersebut, berpikir kritis melibatkan kemampuan untuk menganalisis, mengevaluasi, dan menyintesis informasi secara kritis dan rasional, serta kemauan untuk mempertanyakan, menantang, dan memperbaiki pemikiran dan keyakinan. Meskipun definisi-definisi ini memiliki perbedaan, mereka menyoroti pentingnya kemampuan pemikiran yang mendalam, reflektif, dan analitis dalam menangani informasi dan situasi dengan lebih efektif dan efisien.

Tingkatan berpikir kritis sudah banyak dikemukakan oleh para ahli yang secara umum diakui oleh para ahli disajikan dalam Tabel 1 berikut.

**Tabel 1.** Karakteristik dan Tingkat berpikir kritis ((Ennis, 2011) dimodifikasi)

<b>Tingkat</b>	<b>Nama</b>	<b>Karakteristik</b>
<b>1</b>	Tingkat awal	Tingkat ini melibatkan kemampuan dasar untuk mengidentifikasi informasi yang diberikan, memahami pertanyaan atau masalah yang diajukan, dan mengikuti instruksi dengan benar. Pada tingkat ini, seseorang mulai mengembangkan kesadaran akan pentingnya berpikir secara kritis
<b>2</b>	Tingkat pemahaman	Pada tingkat ini, mahasiswa dapat merumuskan pemahaman yang lebih mendalam tentang informasi yang diberikan. Mereka dapat

Tingkat	Nama	Karakteristik
		membedakan fakta dari opini, mengidentifikasi argumen utama dalam sebuah teks, dan menyimpulkan makna dari informasi yang disajikan
3	Tingkat penerapan	Pada tingkat ini, mahasiswa dapat menggunakan informasi yang dipahami untuk memecahkan masalah atau mengambil keputusan. Mereka dapat menerapkan konsep-konsep yang dipelajari dalam konteks situasi yang berbeda dan menghubungkan pengetahuan yang diperoleh dengan pengalaman nyata
4	Tingkat analisis	Tingkat ini melibatkan kemampuan untuk memecah informasi menjadi bagian-bagian yang lebih kecil, mengidentifikasi pola atau hubungan antara elemen-elemen tersebut, dan mengevaluasi kekuatan dan kelemahan argumen atau solusi yang diajukan
5	Tingkat evaluasi	Pada tingkat ini, mahasiswa dapat mengevaluasi secara kritis informasi yang diberikan, argumen yang disajikan, atau solusi yang diusulkan. Mereka dapat menilai keandalan sumber informasi, validitas argumen, atau efektivitas solusi dalam mencapai tujuan yang diinginkan
6	Tingkat kreasi	Tingkat ini melibatkan kemampuan untuk menggunakan pemikiran kritis untuk menghasilkan ide-ide baru, solusi kreatif, atau strategi inovatif. Seseorang dapat menggabungkan pengetahuan, pengalaman, dan keterampilan untuk menciptakan solusi yang baru dan efektif dalam menghadapi masalah atau tantangan yang kompleks

Berdasarkan penelitian yang dilakukan oleh Siti Zubaidah bahwa kemampuan berpikir kritis Tingkat tinggi dapat dikembangkan melalui pembelajaran (*Siti Zubaidah-UM, 2010*). Penelitian ini sejalan dengan penelitian yang dilakukan oleh tatag memperoleh hasil bahwa pembelajaran matematika dapat meningkatkan kemampuan berpikir kritis dan kreatif (*Yuli & Siswono, 2016*), (*Zulaikha et al., 2020*). Selain itu juga ada penelitian yang dilakukan oleh amalia, dkk. Yang menyatakan bahwa kemampuan berpikir kritis matematis mahasiswa dalam menyelesaikan soal struktur aljabar sudah mencapai kategori berpikir kreatif (*Amaliya Syafitri et al., 2023*), (*Rahmi & Wardi, 2008.*) yang menganalisis kemampuan berpikir kritis mahasiswa dalam pemecahan masalah struktur aljabar. Berdasar beberapa penelitian tersebut maka dipandang perlu untuk melakukan penelitian ini dengan menganalisis kemampuan berpikir kritis mahasiswa dalam penyelesaian soal subgrup normal.

Teori grup dalam matematika, terdapat konsep yang penting yang disebut "subgrup normal". Subgrup normal adalah subgrup dari suatu grup yang memiliki sifat khusus dalam hubungannya dengan operasi grup utama (*Galian, Y., 2013*). Subgrup normal merupakan konsep yang fundamental dalam teori grup dan memiliki banyak aplikasi dalam berbagai bidang matematika, termasuk aljabar abstrak, geometri, teori bilangan, dan fisika teoretis. Pemecahan masalah yang terkait dengan

subgroup normal adalah pemecahan masalah yang tergolong dalam pemecahan masalah Tingkat tinggi sehingga dimungkinkan dapat mengetahui Tingkat kemampuan berpikir kritis mahasiswa.

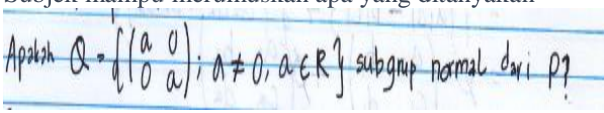
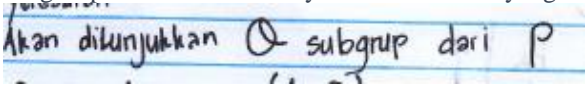
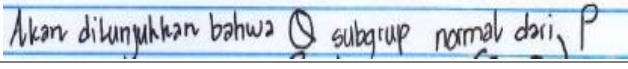
## METODE

Penelitian ini adalah termasuk jenis penelitian deskriptif kualitatif (Sugiono, 2008). Subjek dari penelitian ini adalah mahasiswa jurusan Pendidikan matematika universitas PGRI Adi Buana Surabaya angkatan 2021 yang sedang memnempuh mata kuliah struktur aljabar. Pada tahap awal dari penelitian ini adalah tahap pemilihan subjek dengan cara memberikan soal subgroup normal yang berkategori tinggi kepada seluruh mahasiswa Angkatan 2021 kelas A yang berjumlah 26 mahasiswa. Hasil pemberian tes beserta rekomendasi dari dosen, maka dipilihlah 2 subjek penelitian yaitu 1 subjek berkemampuan tinggi dan 1 subjek berkemampuan rendah. Setelah subjek terpilih selanjutnya dilakukan wawancara kepada subjek terkait jawaban tertulis dari subjek baik yang berkemampuan tinggi maupun yang berkemampuan rendah. Analisis data dilakukan sambil berjalan beriringan mencari data-data apabila diperlukan sampaikan pada ditemukan kesimpulan dari hasil penelitian ini.

## HASIL DAN PEMBAHASAN

Hasil analisis dari kemampuan berpikir kritis terhadap subjek tinggi dalam pemecahan soal subgroup normal tertuang dalam Tabel 2 berikut.

**Tabel 2.** Data kemampuan berpikir kritis subjek yang berkemampuan tinggi (ST)

Tingkat	Nama	Indikator Pengamatan	Hasil
1	Tingkat awal	Mengidentifikasi masalah yang diberikan	Subjek mampu mengidentifikasi masalah yang diberikan
		Memahami masalah yang diberikan	Subjek mampu memahami masalah yang diberikan dengan baik
2	Tingkat pemahaman	Merumuskan masalah yang diberikan	Subjek mampu merumuskan masalah yang diberikan
		Merumuskan apa yang ditanyakan	Subjek mampu merumuskan apa yang ditanyakan 
3	Tingkat penerapan	Menerapkan konsep-konsep yang dipelajari untuk menyelesaikan masalah yang diberikan	Subjek mampu menerapkan teorma mengenai subgroup dan subgroup normal untuk penyelesaian masalah yang diberikan  

Tingkat	Nama	Indikator Pengamatan	Hasil
4	Tingkat analisis	Mengidentifikasi dan menghubungkan antar konsep untuk menyelesaikan masalah yang diberikan	<p>Subjek mampu mengidentifikasi dan menghubungkan, berbagai teorema dan definisi untuk menyelesaikan masalah yang diberikan</p> <p>Akan ditunjukkan <math>\mathcal{Q}</math> subgrup dari <math>P</math>  <math>\mathcal{Q} \neq \emptyset</math> karena <math>\begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{Q}</math>                      Ambil <math>x \in \mathcal{Q}</math>, berarti <math>x = \begin{pmatrix} a &amp; 0 \\ 0 &amp; a \end{pmatrix}</math> dengan <math>a \neq 0</math>, dan <math>a \in \mathbb{R}</math>                      Karena <math>a \neq 0</math>, maka <math>a \cdot a - 0 \cdot 0 \neq 0</math>. Dengan demikian <math>x \in P</math>                      Karena subap <math>x \in \mathcal{Q}</math> berarti <math>x \in P</math> maka <math>\mathcal{Q} \subset P</math></p> <p>(i) Ambil sembarang <math>x, y \in \mathcal{Q}</math>  <math>x \in \mathcal{Q}</math> berarti <math>x = \begin{pmatrix} a_1 &amp; 0 \\ 0 &amp; a_1 \end{pmatrix}</math>, dengan <math>a_1 \neq 0, a_1 \in \mathbb{R}</math>  <math>y \in \mathcal{Q}</math> berarti <math>y = \begin{pmatrix} a_2 &amp; 0 \\ 0 &amp; a_2 \end{pmatrix}</math>, dengan <math>a_2 \neq 0, a_2 \in \mathbb{R}</math>  <math>xy = \begin{pmatrix} a_1 &amp; 0 \\ 0 &amp; a_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_2 &amp; 0 \\ 0 &amp; a_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 a_2 &amp; 0 \\ 0 &amp; a_1 a_2 \end{pmatrix}</math>                      karena <math>a_1 \neq 0, a_2 \neq 0</math>, maka <math>a_1 a_2 \neq 0</math>, sehingga <math>xy \in \mathcal{Q}</math></p> <p>(ii) Ambil <math>x \in \mathcal{Q}</math>, dengan <math>x = \begin{pmatrix} a_1 &amp; 0 \\ 0 &amp; a_1 \end{pmatrix}</math>, <math>a_1 \neq 0, a_1 \in \mathbb{R}</math>  <math>x^{-1} = \frac{1}{a_1} \begin{pmatrix} a_1 &amp; 0 \\ 0 &amp; a_1 \end{pmatrix}</math>  <math>= \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix} \in \mathcal{Q}</math></p> <p>Dari (i) dan (ii) serta <math>\mathcal{Q} \neq \emptyset, \mathcal{Q} \subset P</math>. Maka <math>\mathcal{Q}</math> subgrup dari <math>P</math>.</p>
5	Tingkat evaluasi	Mampu menyelesaikan masalah, validasi, dan mengevaluasi secara kritis.	<p>Subjek mampu mengidentifikasi, menghubungkan, dan memilih dari berbagai teorema dan definisi untuk menyelesaikan masalah yang diberikan serta mampu mengevaluasi secara kritis dan efisien teorema mana yang paling efisien dalam menyelesaikan masalah yang diberikan.</p> <p>Akan ditunjukkan bahwa <math>\mathcal{Q}</math> subgrup normal dari <math>P</math>                      Misalkan <math>x \in \mathcal{Q}, p \in P</math> dengan <math>x = \begin{pmatrix} a_1 &amp; 0 \\ 0 &amp; a_1 \end{pmatrix}</math>  <math>a_1 \neq 0</math> dan <math>p = \begin{pmatrix} a &amp; b \\ c &amp; d \end{pmatrix}</math> untuk <math>a, b, c, d \in \mathbb{R}, ad - bc \neq 0</math>  <math>p \cdot x \cdot p^{-1} = \begin{pmatrix} a &amp; b \\ c &amp; d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 &amp; 0 \\ 0 &amp; a_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a &amp; b \\ c &amp; d \end{pmatrix}^{-1}</math>  <math>= \begin{pmatrix} a &amp; b \\ c &amp; d \end{pmatrix} a_1 \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a &amp; b \\ c &amp; d \end{pmatrix}^{-1}</math>  <math>= a_1 \begin{pmatrix} a &amp; b \\ c &amp; d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a &amp; b \\ c &amp; d \end{pmatrix}^{-1}</math>  <math>= a_1 \begin{pmatrix} 1 &amp; 0 \\ 0 &amp; 1 \end{pmatrix}</math>  <math>= \begin{pmatrix} a_1 &amp; 0 \\ 0 &amp; a_1 \end{pmatrix} \in \mathcal{Q}</math></p> <p>J. Adi Buana Surabaya <math>\therefore</math> Berdasarkan (i) dan (ii) terbukti <math>\mathcal{Q}</math> subgrup normal dari <math>P</math>.</p>

Tabel 3. Data kemampuan berpikir kritis subjek yang berkemampuan rendah (SR)

Tingkat	Nama	Indikator Pengamatan	Hasil
1	Tingkat awal	Mengidentifikasi masalah yang diberikan	Subjek mampu mengidentifikasi masalah yang diberikan
		Memahami masalah yang diberikan	Subjek mampu memahami masalah yang diberikan dengan menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan
2	Tingkat pemahaman	Merumuskan masalah yang diberikan	<p>Subjek belum mampu merumuskan masalah yang diberikan</p> <p>Diketahui: misal <math>P = \left\{ \begin{pmatrix} a &amp; b \\ c &amp; d \end{pmatrix} \mid a, b, c, d \in \mathbb{R}; ad - bc \neq 0 \right\}</math> pada <math>P</math> didefinisikan operasi kali baku pada matriks.                      Ditanya: Apakah <math>\mathcal{Q} = \left\{ \begin{pmatrix} a &amp; 0 \\ 0 &amp; a \end{pmatrix}, a \neq 0, a \in \mathbb{R} \right\}</math> subgrup normal dari <math>P</math>                      Akan dibuktikan: bahwasanya <math>\mathcal{Q} = \left\{ \begin{pmatrix} a &amp; 0 \\ 0 &amp; a \end{pmatrix}, a \neq 0, a \in \mathbb{R} \right\}</math></p>



Tingkat	Nama	Indikator Pengamatan	Hasil
		Merumuskan apa yang ditanyakan	Subjek belum mampu merumuskan apa yang ditanyakan Akan dibuktikan: bahwasanya $Q = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}, a \neq 0, a \in \mathbb{R} \right\}$
3	Tingkat penerapan	Menerapkan konsep-konsep yang dipelajari untuk menyelesaikan masalah yang diberikan	Subjek belum mampu menerapkan konsep-konsep yang dipelajari untuk menyelesaikan masalah yang diberikan. Jawab: ya, $Q = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & a \end{pmatrix}, a \neq 0, a \in \mathbb{R} \right\}$ merupakan subgroup normal dari $\rho$

Berdasarkan hasil analisis, diperoleh bahwa subjek yang berkemampuan tinggi mampu melakukan kegiatan berpikir kritis sampai pada Tingkat 5 yaitu Tingkat evaluasi. Dalam hal ini subjek sudah mampu mengidentifikasi, menghubungkan, dan memilih dari berbagai teorema dan definisi tentang subgroup dan subgroup normal untuk menyelesaikan masalah yang diberikan serta mampu mengevaluasi secara kritis dan efisien teorema mana yang paling efisien dalam menyelesaikan masalah yang diberikan.

Subjek yang berkemampuan rendah hanya mampu melakukan kegiatan berpikir kritis sampai pada Tingkat 1 yaitu Tingkat awal, dimana subjek mampu mengidentifikasi dan memahami masalah yang diberikan dengan menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan. Sementara untuk Tingkat 2 subjek belum mampu merumuskan masalah secara tepat. Untuk Tingkat 3, 4, 5, dan 6 subjek belum mampu memberikan jawaban apapun.

## SIMPULAN

Kesimpulan yang didapatkan dari hasil penelitian ini adalah subjek yang berkemampuan tinggi mampu melakukan kegiatan berpikir kritis pada Tingkat 1, 2, 3, 4, dan 5 dengan baik. Hal ini artinya subjek berkemampuan tinggi sudah mampu mengidentifikasi, menghubungkan, dan memilih dari berbagai teorema dan definisi tentang subgroup dan subgroup normal untuk menyelesaikan masalah subgroup normal dalam matrik ukuran  $2 \times 2$ . Sedangkan subjek berkemampuan rendah hanya berada pada tingkat 1 yaitu tingkat awal dimana subjek mampu mengidentifikasi dan memahami masalah yang diberikan dengan menuliskan apa yang diketahui dan apa yang ditanyakan sementara untuk menyelesaikan masalah belum mampu memilih teorema ataupun definisi subgroup dan subgroup normal yang akan digunakan dalam menyelesaikan masalah.

## REFERENSI

- Amaliya Syafitri, Aprilla Putri, Mutiara Anjani Siregar, Tamara Winda, Jurani, & Yuka Fadhillah. (2023). Kemampuan Berpikir Kritis Mahasiswa Pendidikan Matematika Kelompok Atas Dalam Menyelesaikan Soal Struktur Aljabar Ring Materi Ideal Prima dan Ideal Maksimal. *Jurnal LENTERA: Jurnal Studi Pendidikan*, 5(2), 53–68. <https://doi.org/10.51518/lentera.v5i2.106>
- Beyer, B. K. (1995). *Critical Thinking*. Indiana: Phi Delta Kappa Educational Foundation.
- Ennis, R. H. (2011). *The Nature of Critical Thinking: An Outline of Critical Thinking Dispositions and Abilities*.
- Galian, Josep. (2013). *Contemporary Abstract Algebra, Eighth Edition*. Boston.
- Glaser, E. 1941. *An Experience in the Development of Critical Thinking*. *Advanced School of Education at Teacher's College*, Columbia University
- Hardika. (2020). *Kemampuan berpikir kritis matematis*.
- Krulik, Stephen & Rudnick, Jesse A. (1995). *The New Sourcebook for Teaching Reasoning and Problem Solving in Elementary*
- Rahmi, K., & Wardi, dan. (2018). *ANALISIS KEMAMPUAN BERPIKIR KRITIS MAHASISWA PENDIDIKAN MATEMATIKA DALAM MEMECAHKAN MASALAH STRUKTUR ALJABAR*.
- Siti Zubaidah-UM. (2010). *Berpikir Kritis: Kemampuan Berpikir Tingkat Tinggi yang Dapat Dikembangkan melalui Pembelajaran Sains*.
- Sugiyono, (2008). *Metode Penelitian Pendidikan Pendekatan Kuantitatif, Kualitatif, dan R&D*. Bandung: Alfabeta.
- Siswono, Tatag Y.E. 2008. Penjenjangan Kemampuan Berpikir Kreatif dan Identifikasi Tahap Berpikir Kreatif Peserta didik dalam Memecahkan dan Mengajukan Masalah Matematika. *Jurnal Pendidikan Matematika "Mathedu"*. ISSN 1858-344X, Volume 3 Nomer 1 Januari 2008, hal. 41- 52
- Yuli, T., & Siswono, E. (2016). *Berpikir Kritis dan Berpikir Kreatif sebagai Fokus Pembelajaran Matematika* (Issue 1).
- Zulaikha, N. F., Risqi Maharani, H., & Basir, M. A. (2020). *Analisis Tingkat Kemampuan Berpikir Kreatif Materi Trigonometri*.